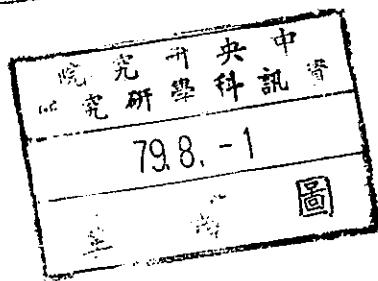
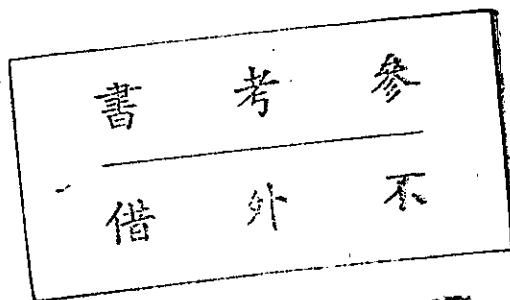


TR-91-003

軟狀物體的塑形與動畫研究



R5934

中研院資訊所圖書室



3 0330 03 000337 5

論文名稱：軟狀物體的塑形與動畫研究

頁數：67

校(院)所組別：私立淡江大學(學院)資訊工程研究所

組

畢業時間及提要別：七十八學年度第二學期碩士學位論文提要。

研究生：許丕忠

指導教授：鄭國揚教授

論文提要內容：

這篇論文主要是描述：用等位能表面 (ISOSURFACE) 所表現的軟狀物體 (SOFT OBJECT) 元素，結合塑造出果蟲外形，進而能夠控制它們運動時，身體的外形伸縮變化。

根據 Blinn (1982) 研究出代數曲面方程式塑形的方法，然而它的方法，每個控制點沒有作用範圍，必須計算空間中的每一點，我們依據它的想法，為每密度函數賦予作用範圍，利用 Wyvill (1986) SOFT OBJECT 塑形演算法，變成使用者可以使用任何代數曲面方程式 (superellipsoid) 所定義的封閉物體結合塑造物體。

根據 Wyvill (1986) 研究結果顯示：每個控制點，可以賦於不同的位能函數表現個別外形，透過求等位能表面，得到軟狀物體的輪廓。我們依據他的觀念，找出超橢球及橢圓柱體的位能函數，讓使用者有更多不同外形的位能函數可以利用。在描述果蟲運動，使用了上述兩族位能函數所定義的元素外形，結合塑造出果蟲外，藉由調整控制點間的空間關係及 abcn 四項參數值，讓果蟲爬行時，可以非常逼真生動地看到環節的伸縮膨脹。

本實驗的環境係在 E& SPS300 及 SUN MIRCO 設備上，利用 THREEED 和 ANIMATOR 套裝軟體顯示物體的多邊形架構及著色後的畫面，進行軟狀物體及代數曲面塑形系統設計。

Title of Thesis: Modeling And Animating On Soft Objects

Total pages: 67

Name of Institute: Graduate Institute of Information Engineering,
Tamkang University

Graduate Date: 06/90

Degree Conferred: Master

Name of Student: Pi-Chung Shu
許丕忠

Advisor: Kuo-Yang Cheng

Abstract:

In this thesis, we use the primitives of soft objects represented by isosurface to model the shape of worm and then control its shape changes of body about stretching and shortening on sliding in time.

According to the research of Blinn (1982), algebraic equation can be used for object modeling. However, we need to caculate every point in space because of lacking an influence scope of every density functions we use. Hence, we give an influence scope to every density functions we use respectively and then user can joint different kind of closed objects discribed by algebraic equation of superellipsoid to model object using soft objects modeling algorithm.

The research of Wyvill (1986) shows that the shape of soft object can be represented by isosurface of key points with different field functions. By means of his method, we take elliptic cylinder and superellipsoid as field functions so that user has more selections of field functions with different shape. Regarding the shape change of worm in time, in addition that we can use soft objects defined by two groups of, field functions said previously as primitives to joint and to model the shape of worm because of field effect between key points, we still can adjust the spacial relationship between key points and A,B,C,N arguments of eyery field functions so that locomotion of worm can be done realistically.

Our experiment environment includes E&S PS300, SUN MICRO station. Besides, it support THREE-D and ANIMATOR two packages to display wireframe and to render object.

謝

謝

感謝指導教授鄭國揚博士於論文撰寫期間一一指出所犯的錯誤，使得論文順利完成。口試時，吳憲明教授與胡咸教授所提供的寶貴意見，令我受益匪淺。

同學曾德沛、嚴漢偉、楊致真、朱首龍、顏文龍等，在課業上的相互砥勵，增廣見聞，在此一併誌謝。

好友陳哲生、王寧彊、李能慧，於論文編排時的鼎力相助，及家人的鼓勵與支持，使我能專心於學業。

同時感謝國科會對這次計劃的支持，及中央研究院資訊科學研究所提供優良的研究環境，使得論文順利完成。

目 錄

第一章 緒論

1-1 研究範圍與內容	1 - 2
1-2 處理問題與對像	3
1-3 問題屬性與解決方式	4
1-4 論文章節與重點	4 - 5

第二章 軟狀物體於電腦繪圖及動畫上簡介

2-1 Blinn 的代數曲面	6 - 7
2-2 Wyvill 的軟狀物體塑形	8 - 13
2-3 軟狀物體於動畫上的意義	14 - 18

第三章 軟狀物體的塑形與果蟲外形建構

3-1 位能函數	19 - 29
3-2 密度函數	30 - 37
3-3 物體塑形的表現方式	38 - 40
3-4 無脊椎動物的外形塑造	41 - 42

第四章 果蟲的動作描述

4-1 果蟲的運動行為	43 - 47
4-2 果蟲的變形因素及動作描述方法	48 - 52

第五章 系統模型

5-1 系統架構	53 - 55
5-2 果蟲動畫系統描述	55 - 56

第六章 實例說明

6-1 軟狀物體的塑形	57 - 58
6-2 代數曲面的塑形	59 - 60
6-3 果蟲的動畫	61 - 63
第七章 結論與展望	64 - 65
參考文獻	66 - 67

第一章 諸論

日常生活，可以發現許多物體的外形，並非永遠不變的，例如毛毛蟲、蛇、蚯蚓等等，這些無脊椎動物，爬行時，身體除了會隨地形的凹凸不平而彎曲變化之外，也會因伸縮前進動作而有自身的變形，意即，它們的身體外形會因時間，環境，而不斷地改變。

因此，軟狀物體 (Soft Object) 即為：受環境影響，會隨時間而不斷改變外形的物體。

1-1 研究範圍與內容

三維的模型動畫製作的過程分為三個主要步驟：

1. 物體外形塑造 (Object Modeling)：建造物體外形。
2. 動作描述與同步 (Motion Specification And Synchronization)：要使物體，在一段時間內，能夠改變動作，大小，形狀，顏色，位置。而且當物體超過一個時，不但每一景的所有移動物體，皆須描述，動作期間也須同步。
3. 影像表現 (Image Rendering)：經由隱藏線消除，及加入影像繪影（陰影，透明度，紋理，光影追蹤）的效果，產生真實逼真的物體影像。

然而，我們可以感覺得到，各種影像繪影的演算法已經被極力的發展，趨近於成熟，但是，始終很少人極力往物體動作描述這方面研究，主要原因是缺乏適合的塑形元素 (Modeling Primitives)，現在的動畫系統，塑形元素不外乎：

—Polygon Mesh

—Spline Surface

—Quadric Surface

Polygon Mesh：非常不適合表現曲面。

Spline Surface：它可以表現出非常複雜的物體外形，使用者卻須輸入非常多的控制點，這是繁重的工作。再者，使用在動畫，雖然可以藉由移動控制點，重新計算物體外形，但是使用者又得於動作描述時，非常小心地管理一大群控制點，以保證物體曲面的封閉 (Closed)。

從上述討論，Polygon Mesh及Spline Patch Surface，仍然不夠適合模擬軟狀物體的隨時間，環境而改變外形。

類似 Spline Surface，軟狀物體可以由一群事先賦予位能函數的控制點來表示，藉由控制點空間關係的調整，可以輕易地讓物體變形，所產生的等位能曲面，永遠封閉。

動作描述時，使用者所需管理，只是一群控制點的位置，與它們的空間關係而已。

所以，我們決定用 Wyvill(1986) 所提之軟狀物體想法來當作動畫中物體塑形基礎。又因為前一屆舒念先學長(1989)，他利用一群外形為球的控制點，求等位能表面，得到毛毛蟲外形。我們決定讓這隻蟲能夠有動畫效果。

在動作描述方面，我們實際觀察果蟲的運動行為，分析它的變形方式，找出些規則，讓使用者做動作描述時，只須設定果蟲的身長，及速度，即可輕易完成整個運動過程的動畫製作。

1-2 處理問題與對像

無脊椎動物的運動行為隨種類的不同，運動時外形的改變也有很大的差異，有的身體會弓起，有的永遠貼地，然而，它們皆是三段式運動，利用身體與地面摩擦而造成不斷的收縮與伸長身體，帶動整個身體往前推進，因此這篇論文，在動作描述方面，只局限在尾部收縮，形成一壓縮波，壓縮波傳至頭部，頭部向前伸展，這個動作上。

1.3 問題屬性及解決方式

舒念先(1989)所塑造的毛毛蟲，只利用外形為球的控制點，利用控制點間的能量效應，結合出果蟲，倘若只依賴調整控制點位置及球半徑，很難辦到果蟲的環節的伸縮變化，及體積不變。

我們決定為每個控制點賦於不同外形的位能函數，或著是 Blinn(1982)所提之密度函數(Density Function)，並且為 Blinn的密度函數賦予作用範圍，避免計算空間中的每一點。如此，在作果蟲塑形時，可以選擇更多不同外形的控制點，進而，在動作描述時，不僅可以調整控制點位置及空間關係，也可以改變控制點的外形。

另外，果蟲伸長及收縮過程中，必須符合力學上，加速而後減速的原理，我利用了加速而後減速的 COS 函數來描述身體的伸縮距離。

△論文章節與重點

第二章 代數曲面塑形與軟狀物體簡介

對密度函數及位能函數做一粗淺介紹，及它們在動畫上的應用。

第三章 物體塑形

詳述這篇論文所使用的位能函數，密度函數，及物體表現方式，進而塑造果蟲外形。

第四章果蟲的動作描述

著重於無脊椎動物運動行為分析，尋找動作描述的方法來

第五章系統架構

第六章實例說明

第七章結論與展望

第二章 軟狀物體於電腦繪圖及動畫上的簡介

本章將對軟狀物體的理論與塑形方法作一番討論及它在動畫應用上的優缺點，2-1 節分析Blinn 代數表面的塑形，3-2 節 Wyvill et al. 軟狀物體的塑形，2-3 節軟狀物體於動畫應用的優劣。

2.1 Blinn代數表面 (Algebraic Surface Drawing)

Blinn(1982)提出一種模擬分子構造模型的方法，其實這也是隱含表面塑形的方法，同時也是模擬電子密度(Electron Density) 模型圖的方法，在量子機械學中，將原子中的電子表示成空間位置的密度函數，例如：一氫原子密度函數為

$$D(X, Y, Z) = \exp(-a \times r)$$

$$r = [(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2 + (Z - Z_i)^2]^{0.5}$$

(X_i, Y_i, Z_i) = Location of atom i

若存在一群原子時，電子密度函數為所有原子密度函數的總合：

$$D(X, Y, Z) = \sum_{i=1}^n [b_i \times \exp(-a_i \times r_i)]$$

r_i = distance between (X, Y, Z) and atom

$$(X_i, Y_i, Z_i)$$

依照 Blinn 的說法，分子構造模型外形應為密度函數值等於某個起始值 (Threshold Amount) 的表面，故曲面函數為：

$$F(X, Y, Z) = D(X, Y, Z) - T$$

，所有在曲面內的點其電子密度均大於 T ，但是為計算上的效率，實際作時，函數改為：

$$D(X, Y, Z) = \sum_{i=1}^n [b_i \times \exp(-a_i \times r_i^2)]$$

上述的指數項為位於 r_i ，高度 b_i ，標準差 a_i 的 Gaussian Bump，藉由調整 a_i 與 b_i 參數，能夠給每原子不同效果。

Blinn 使用原子半徑 R_i 及改變物體細微狀況的 B_i (Blobbiness) 估計單位原子的密度貢獻量為：

$$D_i(x, y, z) = T \times \exp(B_i / R_i \times r_i^2 - B_i)$$

因此再求出 $F(x, y, z) = 0$ 的曲面，Blinn 使用一種非常直接的方法直作繪影打光 (Shading)，即對螢幕上的每一點 (Pixel)，轉換 $F(X, Y, Z)$ 函數為單一變數 Z ，再求出 Z 值。然而，當原子數目非常大時，非常浪費時間。

2.2 Wyvill 軟狀物體塑形 (Modeling)

前一節談到 Blinn 把電子密度函數拿來描述原子外形，Wyvill加以延伸，利用純量場 (Scalar Field) 來描述物體外形，純量場為定義空間當中的數學函數，每一原子設定為一控制點，每一控制點皆給一場函數¹ (Field Function) 取代電子密度函數，這個場函數必須非常容易計算，而且當空間當中存在非常多控制點時，計算任何一點受到所有控制點的能量貢獻的場值，必須作總合：

任何一控制點場函數： f_i

$$\text{總場函數為} \quad : F = \sum_{i=1}^n f_i$$

為了避免檢查每一控制點，所以，替場函數設定一作用半徑 R (Radius)，只有與控制點距離 r ，小於 R 時，控制點才會對這一點產生能量貢獻。意即 Wyvill 希望位能函數為一連續函數，每一控制點皆有各自的作用範圍 R ，作用範圍內的點，其位能大於 0，作用範圍外的點，為位能為 0。位置 (X, Y, Z) 的位能，等於所有控制點對位置能量貢獻的總合。作何一控制點的能量貢獻最大為 1。在控制點的作用範圍內，離控制點愈遠，位能貢獻愈小，當與控制點的距離為 R 時，位能貢獻為 0，另外位能函數必須連續函

1 亦可稱它為位能函數，在這篇論文中，我們交互使用它們。

數，位能因與控制點距離 r 增長而減少的過程必須非常平滑。

依照上述的要求，若用 $C(r)$ 當做位能函數， r 為欲計算位能的位置至控制點的距離， R 為控制點作用範圍，位能函數在 $r=0$ 及 $R=r$ 須滿足

$$C(0,0)=1.0 \quad C_r(0,0)=0$$

$$C(R)=0,0 \quad C_r(R)=0,0$$

C_r 為 C 對 r 的微分，根據上述條件，可以定義唯一函數

$$C(r)=2 \times (r/R)^3 - 3 \times (r/R)^2 + 1$$

但計算 r 時，要處理根號運算，比較耗時間，故改成

$$C(r)=a \times (r/R)^6 + b \times (r/R)^4 + c \times (r/R)^2 + 1$$

，再由

$$C_r(0,0)=0,0$$

$$C_r(1,0)=0,0$$

$$C(0,5)=0,5$$

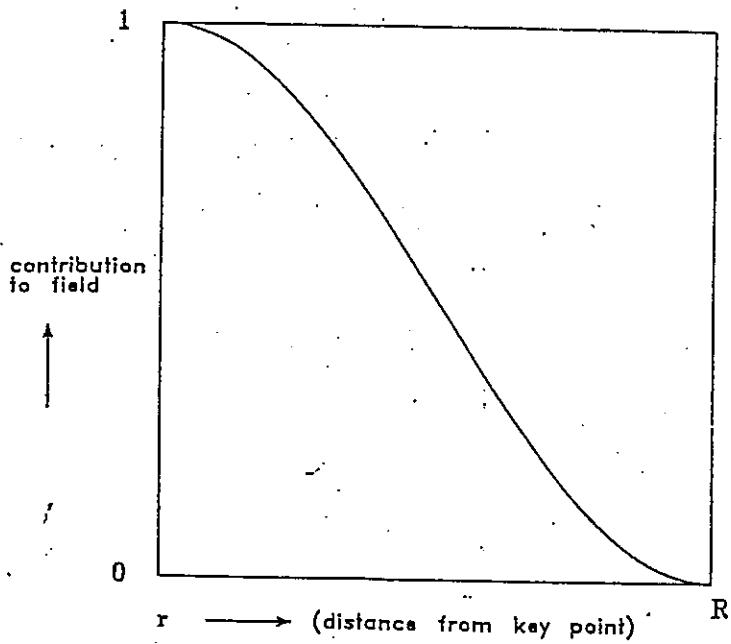
，代入上式求得

$$a = -0.44444 \approx -0.5$$

$$b = 1.888889 \approx 1.9$$

$$c = -2.44444 \approx -2.5$$

這個函數如附圖(2-1)，被Wyvill用來替代Blinn(1982)所使用電子密度函數，這個位能函數計算非常有效率，只須三個加法及五個乘法。



附圖 2-1

何謂等位能表面 (Isosurface)

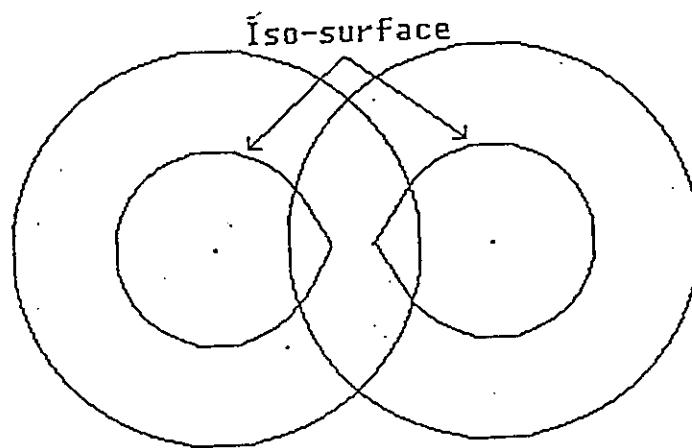
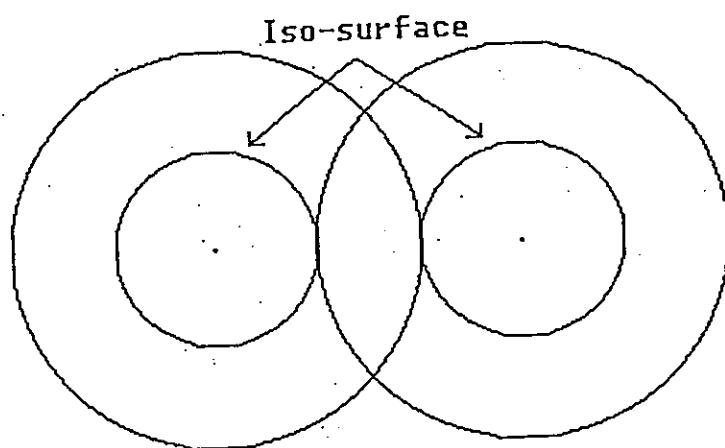
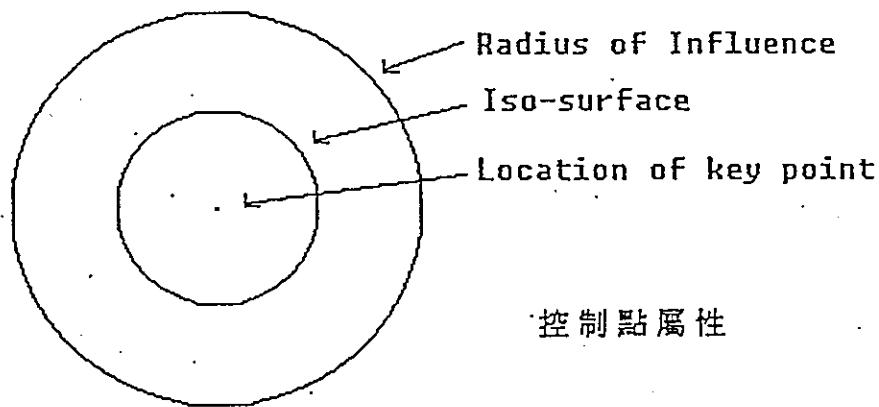
我們已經了解位能函數之後，我必須選擇一位能值 (Field Value)，這邊稱它為 Magic，再尋找空間當中符合 $F(r) = \text{Magic}$ 的所有點，這些等位能值為 Magic 的點所構成包圍的封閉曲面，我們稱它為等位能表面。

當空間中，只存在一控制點，等位能表面為一球，然而當存在兩控制點時，當距離超過個別作用範圍時，等位能表面為兩獨立的球，可是當兩個控制點逐漸靠近時，兩個球會逐漸結合，最後溶解成一半徑較大的球，這種現象我們稱之為位能效應 (Field Effect)，如附圖 (2-2)

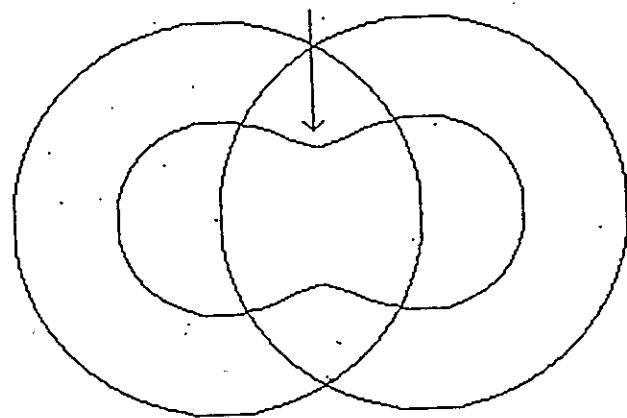
到目前為止，可以清楚的發現，使用者透過給定不同作用範圍的控制點，可以產生半徑不一的球，這群半徑不一的球，倘若讓它們靠近在一起，便會結合在一起，便好像 CSG(197) Requicha And Voelcker 一樣，可以用球來結合出所要的物體，重要差異在於：

CSG：以元素的交集、聯集、差集當作運算

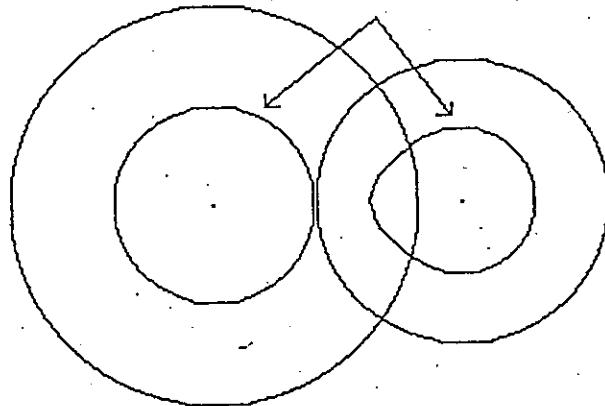
Soft Object：以位能效應當成運算。



Iso-surface



Iso-surface



不同作用範圍的形狀變化

2.3 軟狀物體於動畫上的意義：

進入本節主題之前，我們先對電腦動畫作一個基本認識：動畫這個名詞依不同分類基礎有著不同的解釋，依照它拍攝過程可分為：

(1) 即時(Real Time)：這類動畫不需錄影的過程，使用者可以於終端機上直接立即看到物體運動，使用者可以與電腦作交談式處理，然而這類動畫卻受到電腦運作速度的限制，因為必須在1/24秒內產生每一個畫面(Frame)，所以所處理影像圖形只限於簡單圖形，若想讓物體非常逼真與生動，必須從顯示裝置(Display)著手，可是當螢幕解析度高時，作重新掃描時(Rescan)又得花費太多時間，所以這類動畫得依靠硬體與軟體最佳支援，才容易製作精美動畫。

(2) 個別畫面處理(Frame By Frame)：它是針對每一個畫面個別作：塑形(Modeling)、投影(Projection)、著色(Snading)、拍攝(Photograph)，再把所有圖片連續放映出來，雖然，每個畫面得花費很多時間去製作，但影片效果非常逼真，所以非常受歡迎。

所以本篇論文只局限於個別畫面處理來作深入討論，由上述，可以得知動畫較合理的解釋為：

1. 一連串獨立的圖形 (Drawing) 被拍攝於電影膠片 (Film) 當中，膠片中的每一個畫面 (Frame) 只容納一個圖形，再以大於 24PCS 的速率放映膠片，因為視覺暫留的原理，會有物體移動的感覺 (Illusion Of Movement)。

2. 動畫是指將物體個別畫面拍攝至電影膠片的過程，前後畫面之間的物體會有不同。

Magnenat-Thalmann (1985) 指出將動畫描述成物體移動是不恰當的，因為在動畫當中，物體不一定要動，可以利用燈光的變化及攝影機移動，產生物體移動效果。

再來我們必須了解電腦動畫的製作過程，有下列三個步驟：

1. 物體模型塑造 (Object Modeling)：描述或建構三維物體外形，有兩類模型：

—線架構 (Wire-Frame) 由三維線段構成。

—實體 (Solid) 模型由二維或三維曲線構成。

2. 動作的描述與同步 (Motion Specification And Synchronization)：控制物體在不同時間有不同的位置，動作，大小，顏色等等。

而且當每一場景(Scene) 中物體不只一個時，所有動作者的動作必須描述且同步，攝影機也是個動作者。

3. 影像的表現(Image Rendering)：經由隱藏線消除及加入繪影(Shading)的效果產生真實影像。

△軟狀物體於電腦動畫上的意義：

我們就動畫的製作過程來探討軟狀物體的特色

1. 塑形：軟狀物體可以讓使用者利用不同的位能函數的控制所產生基本元素(Primitives)物體，因能量效應而像堆積木或是CSG結合出所希望的外形，對外形的某一部分不滿意，可以作區域控制(Local Control)，並不會造成整個物體外形的改變，它的缺點是使用者不容易估計能量效應時，所發生的外形變化。

2. 動作的描述與同步：Thalmann(1985)認為：到目前為止，已經有很多人投入很大心血研究繪影表現(Rendering)演算法，卻都忽略動作描述這困難工作，歸究原因，是缺乏很好塑形元素，一般較廣用的塑形元素包括：

—Polygon Mesh

—Spline Surface

—Quadric Surface

上述三項塑形元素不容易表現物體隨時間而改變外形的運動。

Polygon mesh：非常不適合表現曲面。

Spline Patch：Beta Spline Surface(Barslcey 1982)是一個很好方法表現曲面，但是倘若一個封閉物體由Spline Patch 連接而成，但當物體因移動變形時，又得非常小心管理一大群Spline Patch的控制點，以保證Spline Patch 物體仍然是一個封閉物體，Spline Patch之間不會互相貫穿。而且使用者塑造物體又得輸入一大群控制點。

Soft Object：它類似Spline Patch，物體由一群控制點來定義，軟狀物體上的控制點就像物體骨骼(Skeleton)一般，給使用者直覺的觀念來建構物體。至於當物體因時間而改變外形時，可以藉由移動控制點及改變控制點的空間關係，及改變場函數來達成，並且等位能表面永遠封閉，但是軟狀物體不容易塑造外形為非對稱且變化大的物體，所以我們於第三章再深入討論更多不同外形的場函數。

影像表現：因這篇論文不作這方面研究，所以不作討論，
讀者可參考後面的參考資料。

第三章軟狀物體的塑形與建構無脊椎動物外形

由第二章的介紹軟狀物體於電腦繪圖與動畫的意義之後，我們對軟狀物體有一個基本認識，進而可以感覺，若只使用球來當塑形的基本元素，雖然可以塑造毛毛蟲，果蟲或著其他簡單物體外形，但是若是很複雜的物體，位能函數所能製造的基本元素便稍嫌不夠用。因此這一章，我們再來深入探討及尋找更多可以供我們使用並且使用者可以清楚基本元素外形的場函數。3.1 節位能函數。3.2 軟狀物體的塑形表現。3.3 塑造果蟲。

3-1 位能函數

3-1-1 Wyvill et al.(1986)所提出，每個控制點給一個不同的作用範圍 R ，因為位能函數公式為：

$$C(r) = a \times (r/R)^6 + b \times (r/R)^4 + c \times (r/R)^2 + 1$$

$$a = -0.444444 \approx -0.5$$

$$b = 1.888889 \approx 1.9$$

$$c = -2.444444 \approx -2.5$$

所以控制點作用範圍 R_1 的位能函數為：

$$C(r) = a \times (r/R_1)^6 + b \times (r/R_1)^4 + c \times (r/R_1)^2 + 1 \quad 0 \leq r \leq R_1$$
$$C(r) = 0 \quad r > R_1$$

倘若，由控制點位置所幅射出的每一向量皆給予一作用範圍 VR_1 ，位置 (x, y, z) 計算由這個控制點所得到的能量貢獻，會隨著不同放射向量不同作用範圍 VR_1 而不同。而且這些位能函數必須也符合：

(1) 在作用範圍 VR_1 內，離控制點愈遠，位能貢獻愈小。

(2) 當與控制點的距離為作用範圍時，位能貢獻為零。

(3) 每一條放射向量的位能函數為一連續函數，位能減少過程非常平滑 (Smooth)。

由上述條件，假如任何放射向量的位能函數為 $F(VR_1, r)$ ， r 為位置 (x, y, z) 與控制點的距離， VR_1 為放射向量的作用範圍，位能函數在 $r=0$ 及 $r=VR_1$ 必須滿足

$$(a) \quad F(VR_1, 0.0) = 1, \quad F_r(VR_1, 0.0) = 0$$

$$F(VR_1, 1) = 0, \quad F_r(VR_1, 0.0) = 0$$

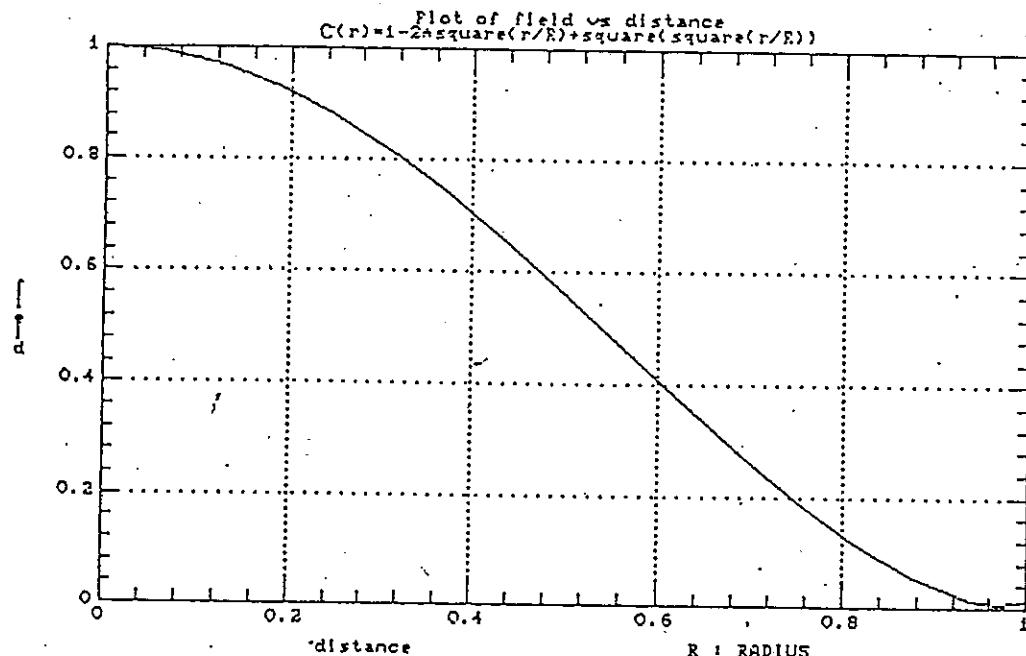
F_r 為 F 對 r 的偏微分，為了避免開方根求距離 r ，可以定義

$$: \quad F(VR_1, r) = a + b \times (r/VR_1)^2 + c \times (r/VR_1)^4$$

再由上述條件 (a) 代入求得：

$$F(VR_1, r) = 1 - 2 \times (r/VR_1)^2 + (r/VR_1)^4$$

如附圖 3-1，位能變化非常平滑。



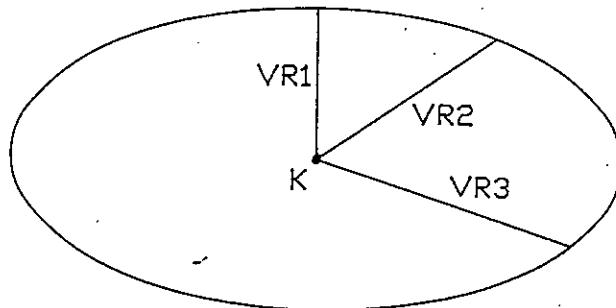
$$\text{位能函數 } C(r) = 1 - 2\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^4 \quad 0 \leq r \leq R$$

附圖 3-1

3-1-2 對 $F(VR, r)$ 位能函數賦於幾何意義：

Wyvill et al. 所提 $C(r)$ 位能函數，當作用範圍 R 不同，每個控制點代表半徑不一的球。

在前一節的 $F(VR, r)$ 位能函數，我們可以感覺得出來，使用者不可能對每一個由控制點出發的無數放射向量，賦予作用範圍 VR 。然而我們卻可以對每一控制點，給予一個封閉物體，控制點置於封閉物體的內部，由控制點出發的向量，到與封閉物體交點的長度，當作這放射向量的作用範圍 VR 。如附圖 3-2



封閉物體

附圖 3-2

到目前止，我們又遭遇兩個問題：

—使用者如何定義這個封閉物體。

—有了封閉物體後，計算能量貢獻時所需的作用範

圍 VR 的計算效率問題，我們不希望花費太多時間在求作用範圍 VR 上。

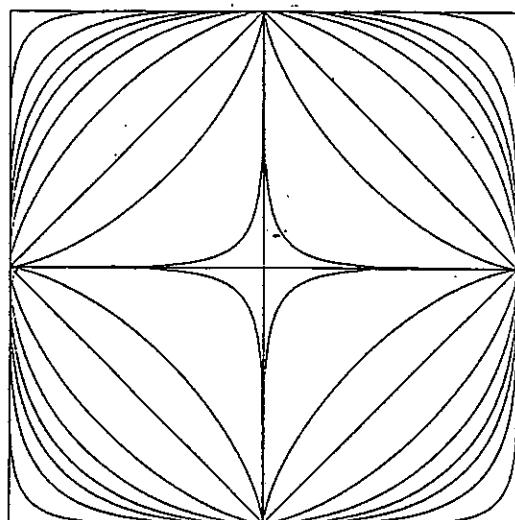
為了解決這兩個問題，依據我實驗，引用了 Wyvill 所提出的：

$$(x/a)^n + (y/b)^n + (z/c)^n = 1$$

及另外再尋找另一族封閉物體橢圓柱體：

$$(x/a)^n + (y/b)^n = 1 \quad (x/a)^n + (y/b)^n \leq 1 \\ \text{and} \\ -c < z < c \quad z = \pm c$$

它們兩族封閉物體在平面的外形如 附圖 3-3



當 N 之值愈大，
愈趨近於正方形
N 之值愈小，
愈趨近於 X-Y 軸。

附圖 3-3

如何計算 $F(VR, r)$:

$$(1) \quad (x/a)^n + (y/b)^n + (z/c)^n = 1$$

使用者輸入 n , a , b , c 四個參數後，定義了一封閉物體，計算位能貢獻量，必須知道 VR ，才知道位能函數。

求 $P(X, Y, Z)$ 的位能函數 O : 控制點位置

Q : 為 \overrightarrow{OP} 與封閉物體的交點

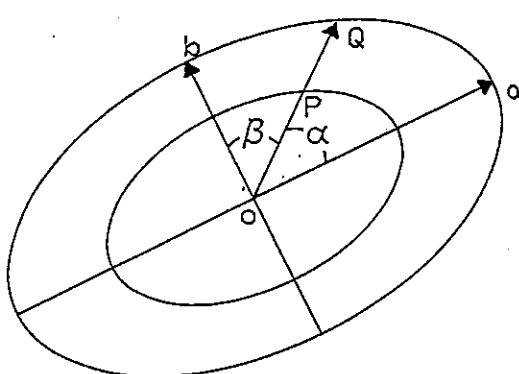
$$\overrightarrow{OP} = (r \times \cos(\alpha), r \times \cos(\beta), r \times \cos(\gamma))$$

$$\overrightarrow{OQ} = (VR \times \cos(\alpha), VR \times \cos(\beta), VR \times \cos(\gamma))$$

α, β, γ 為 \overrightarrow{OP} 與 a, b, c 三軸個別夾角。

$$VR = [1 / ((\cos(\alpha)/a)^n + (\cos(\beta)/b)^n + (\cos(\gamma)/c)^n)]^{1/n}$$

$$F(VR, r) = 1 - 2 \times (r/VR)^2 + (r/VR)^4$$



附圖 3-4

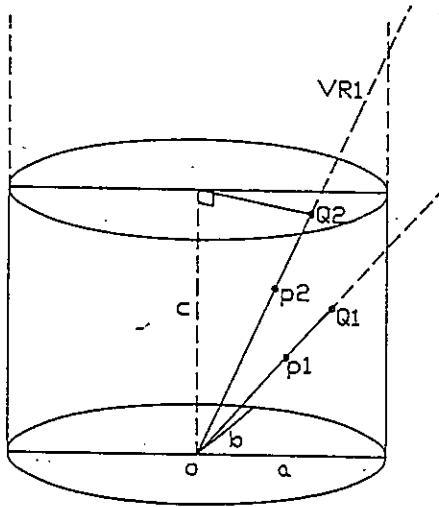
當 a, b, c 三軸旋轉至 a_1, b_1, c_1 三軸時：如附圖 3-4，必須得求出 $\cos(\alpha), \cos(\beta), \cos(\gamma)$ ，只需利用內積公式，得到 \cos 值不需計算夾角，其中，只算兩次內積，再使用正交定理，求出第三個 \cos 值

$$r \times \cos(\alpha) = (\vec{OP} \cdot \vec{Oa}) / \| \vec{Oa} \|$$

$$\text{同理 } r \times \cos(\beta) = (\vec{OP} \cdot \vec{Ob}) / \| \vec{Ob} \|$$

正交定理

$$r \times \cos(\gamma) = [r^2 - (r \times \cos(\alpha))^2 - (r \times \cos(\beta))^2]^{1/2}$$



當 P_1 位置時，
交於柱壁上。
當 P_2 位置時，
交於上下兩面。

附圖 3-5

(2) 超橢圓柱體

$$(x/a)^n + (y/b)^n = 1 \quad \text{and} \quad (x/a)^n + (y/b)^n \leq 1$$

$$-c < z < c \quad z = \pm c$$

如附圖 3-5 求位置 $P(X, Y, Z)$ 在橢圓柱體的作用範圍 VR 時有下列兩種情況：

— 放射向量交超橢圓柱體於柱壁上。

— 放射向量交超橢圓柱體放上下兩面。

當位置 $P(X, Y, Z)$ ，控制點位置 O ， $\alpha \beta \gamma$ 為 \overrightarrow{OP} 與 $a b c$ 三軸之夾角。

交於柱壁時：

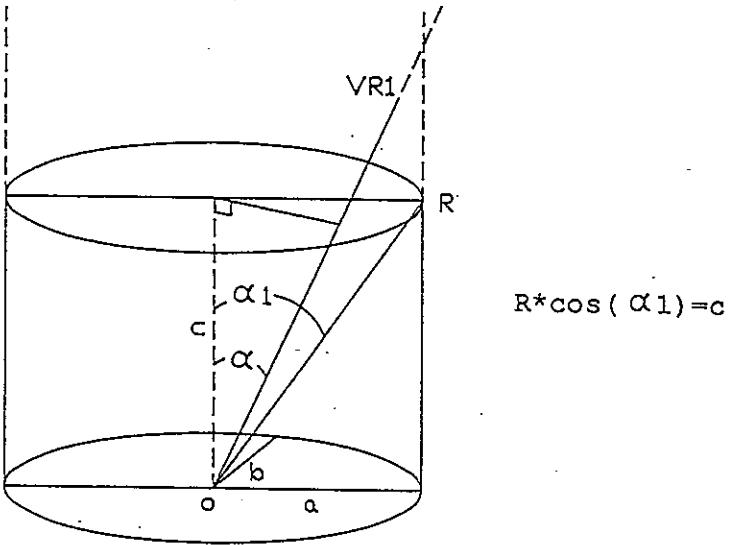
$$VR_1 = VR = [1 / ((\cos(\alpha)/a)^n + (\cos(\beta)/b)^n)]^{1/n}$$

交於上下兩面時：必須滿足：如附圖 3-6

$$VR_1 \times \cos(\gamma) > C$$

$$\text{且 } VR = C / \cos(\gamma)$$

當 $a b c$ 三軸旋轉 $a_1 b_1 c_1$ 三軸時， $\cos(\alpha), \cos(\beta), \cos(\gamma)$ 求法相同於超橢球。



附圖 3-6

如何避免對每一控制點求位能貢獻：

上述的兩族封閉物體，可以知道它皆被包圍在以控制點為中心，長寬高各為 $2a$, $2b$, $2c$ 的長方體內，所以計算能量，必須滿足：

$$-a \leq r \times \cos(\alpha) \leq a$$

$$-b \leq r \times \cos(\beta) \leq b$$

$$-c \leq r \times \cos(\gamma) \leq c$$

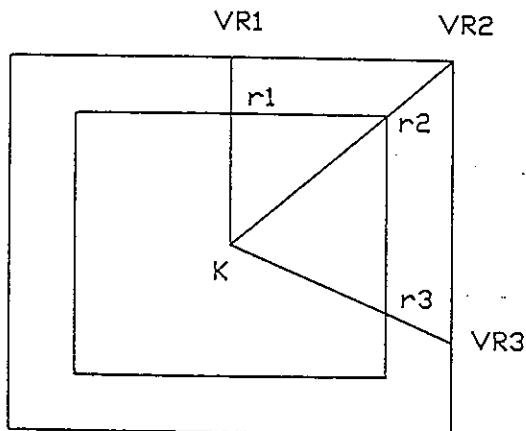
r 為點與控制點的距離

α, β, γ 為放射向量與 a, b, c 三軸夾角

否則，能量貢獻為零，不用計算。

，以封閉物體當作控制點的作用範圍的幾何意義：

假如一個控制點 $k(x, y, z)$ ，它的作用範圍為一正立方體，
如附圖 3-7



能量值為零之等位能表面

附圖 3-7

位能函數： $F(VR, r) = 1 - 2 \times (r/VR)^2 + (r/VR)^4$

求等位能表面為 Magic，必須滿足：

$$F(VR, r) = \text{Magic}$$

由這個等式，可以知道滿足上式的所有點，有以下特性：

$r_i = p_i$ 至控制點距離， VR_i = 放射向量到封閉物體的距離

$r_i/VR_i = r_j/VR_j$ 對任何兩個點 p_i, p_j 屬於

等位能表面。

所以，求某一特定值的等位能表面，就好像尋找與封閉物等比例縮小的相似封閉體。而作用範圍的封閉體即為位能值為零的等位能表面。

前述我們所利用兩族超橢球與橢圓柱體封閉物體，可以拿來當成基本元素一般的，利用能量效應結合出所欲塑造的物體。另外在動畫應用上，物體的變形可以調整：

- 控制點的位置。
- 控制點之間的空間關係。
- 控制點封閉物體的a b c 三軸長及n 值。

3.2 密度函數 (Density Function)

Blinn(1982) 所提之分子構造模型的方法，利用氫原子的電子密度函數來描述氫原子的外形輪廓，我們也可以在把不同原子當作是控制點，每個控制點，賦予不同的密度函數，來描述不同控制點的外形，鑑於Blinn 所使用的密度函數，只有離原子無限遠時，密度為零，於計算時，非常耗費時間，我們可以對每個所使用的密度函數，設定一作用範圍，當點 $P(x, y, z)$ 落在控制點作用範圍之外，密度值為零，這個密度函數 $D(x, y, z)$ 必須滿足下列條件：

- 連續 (Continuous)。
- 可微分 (Differentiable)。
- $D(x, y, z)=W$ ，幾何意義為一封閉曲面 (closed)。
- 隨 W 之值的變小，它的 level Surfaces 逐漸變大，遠離控制點，密度函數 $D(x, y, z)$ 的值域介於零與1 之間。隨著 (d_x, d_y, d_z) 而變小。

$$0 \leq D(X, Y, Z) \leq 1 , \quad W=D(X, Y, Z)$$

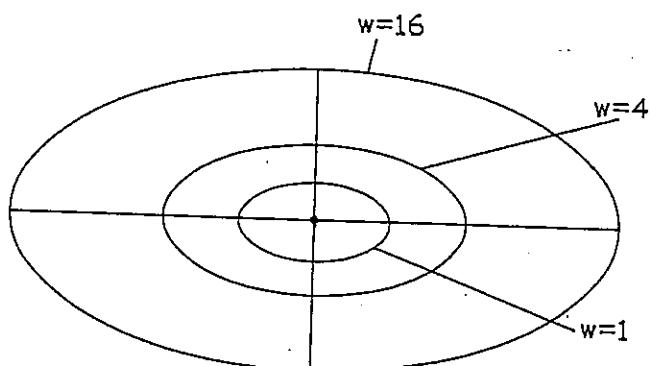
$$D(X, Y, Z) < 0 , \quad W=0$$

階層曲面 (Level Surface) :

在數學上，存在一些圖形函數 $W=f(x, y, z)$ ，這些數學

函數，隨意給定一 w 值，求這隱含曲面方程式的所有解，即是個封閉曲面，例如：附圖 3-8

$$W = X^2 + 4 \times Y^2 \quad \text{For } W = 0, 1, 4, 16 \text{ 時}$$



當 W 為任意值皆是一個階層曲線 (Level Curve)

然而當圖形函數為三個變數，所產生的曲線稱為階層曲面。這群階層曲面皆以原點為中心點 (Concentric)。

這篇論文所採用密度函數：

數學上的圖形函數 $w=f(x, y, z)$ ， w 可以為零至無限大都產生一階層曲面。 w 之值愈大，階層曲面愈大，倘若我們為圖形函數個別規定一最大 w 值 MW ，他們在 $f(x, y, z) = MW$ 階層曲面上的所有點，密度值皆設為零，同樣的 w ($w < MW$) 值愈小時，他們在 $f(x, y, z) = w$ 階層曲面上的所有點密度值愈大，當 $w=0$ 時，密度值為 1。

為了滿足上述條件：可以得到以下公式：

$f(x, y, z) = M_w$ 上的點的密度值皆為零。

位置 $P(X, Y, Z)$ 所得到密度貢獻：

當 $f(x, y, z) > M_w$ 時

$$D(x, y, z) = 0$$

當 $f(x, y, z) \leq M_w$ 時

$$D(x, y, z) = 1 - f(x, y, z) / M_w$$

$D(x, y, z)$ ：密度函數

因此，當使用者給一個 Magic 時，等密度表面為滿足：

$$f(x, y, z) = (1 - \text{Magic}) \times M_w$$

這個代數方程式的所有點。與原來代數圖形非常相似。

並且密度函數仍然滿足：

當 Magic 愈大時：階層曲面體積愈小。

Magic 愈小時：階層曲面體積愈大。

由上述的討論，任何代數圖形方程式皆可以轉換成密度函數，可是我們必須尋找一群代數圖形方程式，使用者利用它時，可以清楚它的幾何意義，這篇論文使用一族：一超橢球 (Hyperellipsoid)

$$f(x, y, z) = (x/a)^{n_1} + (y/b)^{n_2} + (z/c)^{n_3} = 1$$

這族代數圖形，我們可以清楚了解，它們產生任何圖形皆是封閉物體，並且被包圍在長寬高各為 $2a, 2b, 2c$ 的長方體之內，所以密度函數為：

位置 $P(x, y, z)$

當 $(-a \leq x \leq a) \text{ And } (-b \leq y \leq b) \text{ And } (-c \leq z \leq c)$ 時：

$$D(x, y, z) = 1 - f(x, y, z)$$

否則

$$; D(x, y, z) = 0$$

任何給一 Magic 時：等密度曲面為滿足：

$$f(x, y, z) = 1 - \text{Magic}$$

代數方程式的階層曲面。

幾何意義：

使用者任意賦予控制點代數圖形方程式，再轉成密度函數，計算某位置 $P(x, y, z)$ 的密度時，它所得到的密度貢獻等於對於有所密度貢獻控制點密度貢獻的總和，因而控制點若很靠近時，會有類似軟狀物體的能量效應產生，而結合在一起。

法向量：

計算亮度(Intensity)時，須要法向量，當 $P(x, y, z)$ 受到 N 個控制點影響時：

$f_i(x, y, z) = 1$ 為個別控制點的圖形方程式時，

$$D_i(x, y, z) = 1 - f_i(x, y, z)$$

總密度函數為：

$$D(x, y, z) = \sum_{i=1}^n D_i = \sum_{i=1}^n (1 - f_i(x, y, z))$$

當等密值為 Magic，產生階層曲面為：

$$S(x, y, z) = \sum_{i=1}^n (1 - f_i(x, y, z)) - Magic = 0$$

法向量： $N = [\delta S / \delta x, \delta S / \delta y, \delta S / \delta z]$

$\delta S / \delta x = S$ 對 x 的偏微分

因此：

$$f_{1x}(x, y, z) = f_1(x, y, z) \text{ 對 } x \text{ 的偏微分}$$

$$\delta S / \delta X = \sum_{i=1}^n (-f_{ix}(x, y, z))$$

$$\delta S / \delta Y = \sum_{i=1}^n (-f_{iy}(x, y, z))$$

$$\delta S / \delta Z = \sum_{i=1}^n (-f_{iz}(x, y, z))$$

計算密度值的效率：

計算密度值需作三次指數乘法，很費時，可是求法向量時，卻不須再指數乘法。

例如

$$D(x, y, z) = 1 - (x/a)^{n1} - (y/b)^{n2} - (z/c)^{n3}$$

$$S(x, y, z) = 1 - (x/a)^{n1} - (y/b)^{n2} - (z/c)^{n3} - \text{Magic} = 0$$

$$\delta S / \delta X = -n1/a \times (x/a)^{n1-1} = -n1/x \times (x/a)^{n1}$$

只需在求密度值時，保存三個指數乘值。

實驗：

利用 Wyvill et al. (1986) 所提之軟狀物體塑形演算法，在對單一個小立方塊 (Cube) 求多邊形時，當一邊上的兩頂點， $p(x_1, y_1, z_1)$ 與 $q(x_2, y_2, z_2)$ 的密度值各為 f_p 與 f_q ，而等密度值 M ，且 $p < M < q$ ，意即 p 在等密度的表面的外面，而 q 在內。

因 p, q 兩點距離非常近，所以我們認為它們受相同控制點的密度貢獻；假設有 N 個控制點影響，密度函數各為：

$D_i(x, y, z)$ $1 \leq i \leq N$ ，可微分 (Differentiable)。

在微積分上，任何可微分函數 $f(x, y, z)$ 滿足：

當 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 非常小時

$$\begin{aligned} f(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) - f(x, y, z) &= f_x(x, y, z) \times \Delta x \\ &+ f_y(x, y, z) \times \Delta y + f_z(x, y, z) \times \Delta z \\ f_x(x, y, z) &= f(x, y, z) \text{ 對 } x \text{ 的偏微分。} \end{aligned}$$

因此，當小立方塊邊長非常小時：

$$\text{總密度函數 } D(x, y, z) = \sum_{i=1}^n (D_i(x, y, z)) = w$$

$$D(x_1, y_1, z_1) = \sum_{i=1}^n (D_i(x_1, y_1, z_1)) = p$$

$$D(x_2, y_2, z_2) = \sum_{i=1}^n (D_i(x_1 + \Delta x, y_1 + \Delta y, z_1 + \Delta z)) = q$$

$$D_{ix}(x, y, z) = D_i(x, y, z) \text{ 對 } x \text{ 的偏微分。}$$

$$dw = q - p = \sum_{i=1}^n (D_{ix}(x_1, y_1, z_1) \times \Delta x + D_{iy}(x_1, y_1, z_1) \times \Delta y + D_{iz}(x_1, y_1, z_1) \times \Delta z)$$

$$(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$M - p = \sum_{i=1}^n [(D_{ix}(x, y, z) - D_{iy}(x, y, z) - D_{iz}(x, y, z))]$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \times (M - p) / (q - p)$$

所以，密度值為 M 的座標為：

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \times (M - p) / (q - p)$$

即為線性差值 (Linear Interpolation)。

倘若小立方塊邊長不夠小時：可以取 p q 線段中點計算密度值，減小立方塊邊長，再作插值即可。

3-3 物體塑形表現方法

< 1 > 軟狀物體的表現方法

$$S : M \rightarrow R$$

M 的定義域：可以利用超橢球及超橢圓柱體兩組封閉物體
當成元素，因能量效應而結合的封閉物體。

R 的值域：一群控制點，每個控制點皆有屬性來決定它的
位能函數。

S 為 Unambiguous，因為一群控制點，只會產生一種封閉
物體。

R 的文法規則如下：

每個控制點屬性：

一座標 $p(x, y, z)$

一區域座標系：有兩種表示方法

(1) a, b, c 三個正交座標軸向量 v_a, v_b, v_c 。

(2) 對 a, b, c 三軸按順序旋轉 R_a, R_b, R_c 角度。

一位能函數

(1) N 的值

(2) a, b, c 三軸 媽。

(3) Tag 1: 橢圓柱體, 0 : 超橢球。

(4) 能量的正负值，Sign。

R 的文法規則：

Object → Object + Key | Key

Key → (p+a+b+c+Ra+Rb+Rc+Sign+Tag+N)

Key → (p+a+b+c+V_a+V_b+V_c+Sign+Tag+N)

$$P \rightarrow (x, y, z)$$

$$V_a \rightarrow (x, y, z)$$

$$V_b \rightarrow (x, y, z)$$

$$V_C \rightarrow (x, y, z)$$

Tag → 0 | 1

Sign → 0 | 1

a' → 0 | 1 | 2 | | 319

b → 0 | 1 | 2 | | 249

c → 0 | 1 | 2 | | 249

$x \rightarrow 0 | 1 | 2 | \dots \dots | 639$

$y \rightarrow 0 | 1 | 2 | \dots \dots | 499$

π $\rightarrow 0 | \frac{1}{1} | 2 | \dots \dots | 499$

$R_a \rightarrow D$

$K_b \rightarrow D$

$R_c \rightarrow D$

$D \rightarrow 0^\circ | 1^\circ | 2^\circ | \dots | 180^\circ$

< 2 > 代數曲面物體表現方法

這類物體與軟狀物體表現方式，非常類似，唯一區別在於位能函數與密度函數。因此不再重覆，只談它的密度函數。

每個控制點屬性包括：

一座標 $P(x, y, z)$

一區域座標系

(1) 對 a, b, c 三軸按順序旋轉 R_a, R_b, R_c 角度。

一密度函數

(1) N_1, N_2, N_3 三個指數

(2) a, b, c 三軸長

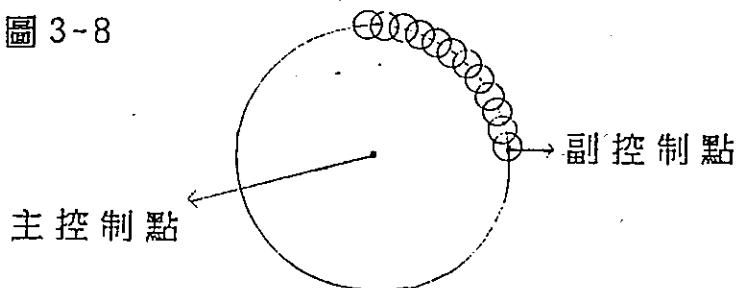
o

3-4 無脊椎動物的外形塑造

大部分無脊椎動物，例蛆，果蟲，蚯蚓，毛毛蟲等，皆由許多實心大小不一的環所連接而成長條狀的身體，隨蟲種類的不同，環的形狀也有差異性，塑造這類動物的外形所使用的方法，除了外形逼真之外，必須注意是否容易控制調整它運動時外形變化，而且這類動物運動時，都是每個個別環節伸縮變化，所以這篇論文只探討當環節為橢圓柱狀的無脊椎動物。

由上述，可以清楚知道，透過個別塑造每一環節外形，再利用能量效應，可以結合出蟲的外形來。但是，為了讓這條蟲能夠伸縮蠕動，環節必須能夠讓使用者輕鬆的調整伸縮，儘可能伸縮之後，體積不變。

環節控制點包含了一個主控制點，及包圍在主控制點外圍的一圈副控制點，主控制點非常大，佔據環節大部分體積，副控制點體積非常小，用來讓環節有輪胎的外形，如附圖 3-8



附圖 3-8

主控制點：位能函數為橢圓柱體，屬性：

- c 軸控制環節長。
- a, b 兩軸及N 控制環節橫截面的外形。例如
 $a = b$ 及 $N = 2$ 時，環節的橫截面為圓。

副控制點：位能函數為超橢球，屬性：

- c 軸隨環節長改變。
- a 與 b 兩隨主控制點 a 軸而改變長度。

環節伸縮時，可以改變主控制點c 軸長短，為了達成體積近乎不變的原則，可以設定主控制點三軸，滿足：

$$a \times b \times c = \text{constant}$$

當c 增加為 c_1 時：a 與b 軸個別減少 x ：

$$a \times b \times c = (a-x) \times (b-x) \times c_1$$

$$x = (a \times b \times c / c_1 - a \times b) / (a+b)$$

第四章 無脊椎動物的動作描述 (Motion Specification)

無脊椎動物的運動行為是屬於三段式運動，靠著身體與地磨擦所產生的摩擦力向前行進，這邊所指的三段式運動，是說當它行進時，身體總有部分呈靜止狀態，頭部往前伸時，尾部靜止，尾部往前收縮時，頭部靜止，由於這原因，它的動作描述很難利用 Keyframe Interpolation 來產生每個 In-Between，所以這篇論文採用想像 (Illusion) 的方法，觀察它們的運動行為，逼真這類生物的運動方式，4-1 果蟲的運動行為，4-2 果蟲的外形變化因素及描述方法。

4-1 果蟲的運動行為

前述談及無脊椎動物行三段式運動，也只是概略性的說法，因為隨著動物種類的差異，行進時身體的變形也有不同，例如：

—蚯蚓，身體貼地，前進時，頭舉起搖擺，往前伸後，頭貼地，身體往前收縮到頭部，直到身體中間部分有一個較長的環節稱為環帶，往前收縮了以後，頭又舉起，向前伸，這同時，環帶後面仍然一直繼續向前收縮。

—另外一類是頭尾皆有腳，中間無腳的蟲，頭尾的伸縮運動過程當中，中間部分會呈弓字形。

一果蟲，它身體永遠貼地，標準三段式運動。運動行為較簡單，沒有前述兩類複雜，這篇論文就是以它為探討對像。

果蟲運動行為分析

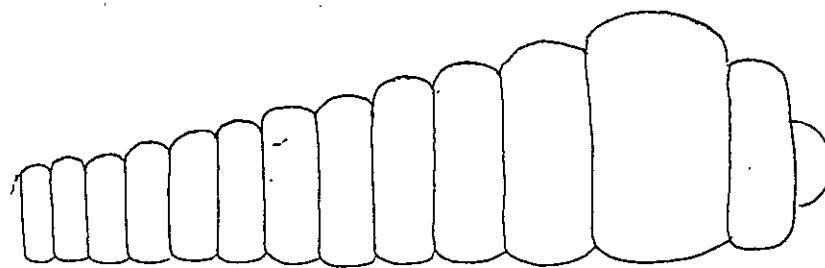
了解它運動行為之前，我們先了解它的身體構造，大致上可以分成三部分：如附圖 4-1

— 尾部 。

— 中間 。

— 頭部 。

身體外形由許多實心輪胎狀的圓環所組成，身體底部佈滿類似魚鱗的鱗片，沒有腳，所以行動時，永遠貼地。以下我們把圓環統稱為環節。



尾 部

中 間 部 分

頭 部

附 圖 4-1

果蟲運動行為分為三段：

—尾部環節向前壓縮。中間及頭部靜止。

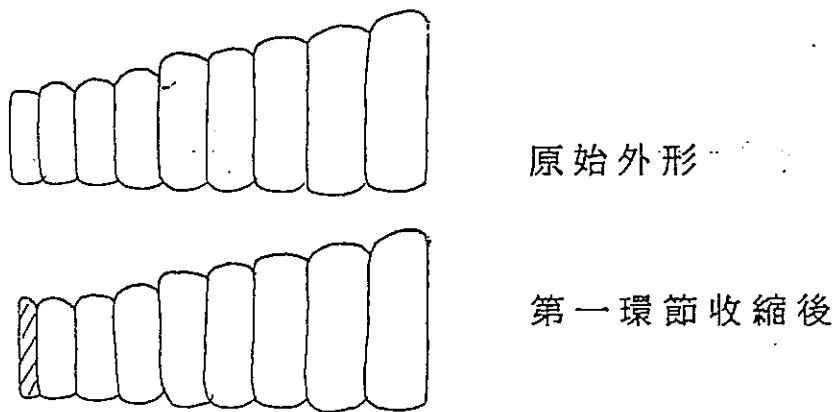
—第一段壓縮所形成的壓縮波，在中間部分傳播，直到整個壓縮波落在頭部。

—尾部及中間部分環節呈靜止，頭部環節向前伸展。

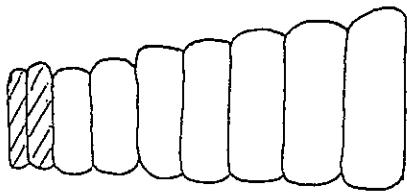
以下我們對三段運動過程作詳細介紹：

第一段尾部環節作壓縮

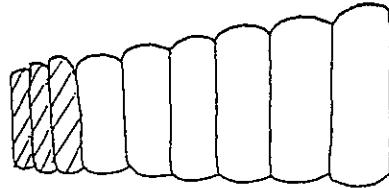
由尾部第一環節開始壓縮，收縮至最大距離後，因為果蟲仍然繼續向前壓縮，尾部第二環節開始壓縮，這時，第一環節已不再收縮，只是隨著第二環節的向前收縮，向前滑行而已，如此，直到尾部所有環節皆收縮為止，之後尾部第一環節抓住地，呈靜止狀態，瞬間，又開始第二段運動。



附圖 4-2



第二環節收縮後

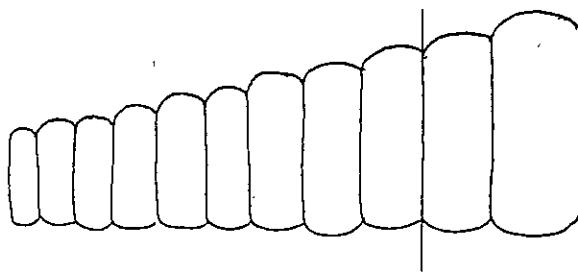


第三環節收縮後

第二段運動壓縮波傳播

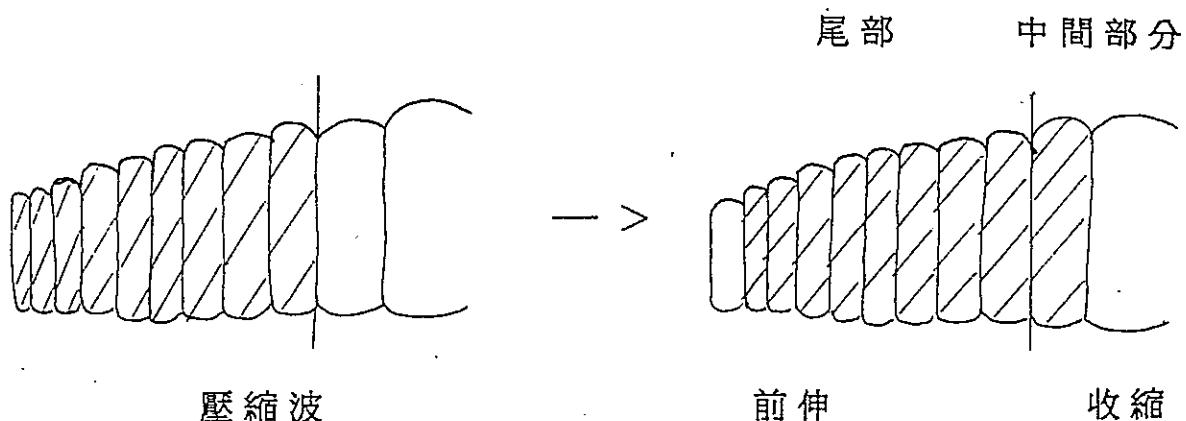
第一段運動在尾部所形成的壓縮波 (Wave Of Compression) 開始向前傳播，直到這個壓縮波落在頭部為止。傳播過程如下：

(一) 尾部第一環節因抓住地向前恢復原狀，它所伸展的長度，造成中間部分環節的被向前擠壓而收縮，如此，每每壓縮波第一環節恢復原狀的部分，皆造成壓縮波前面的環節被壓擠，如此直到這個壓縮波傳播到頭部為止。意即，中間及尾部恢復原狀，頭部形成壓縮波。如附圖 4-3



原始外形

附圖 4-3

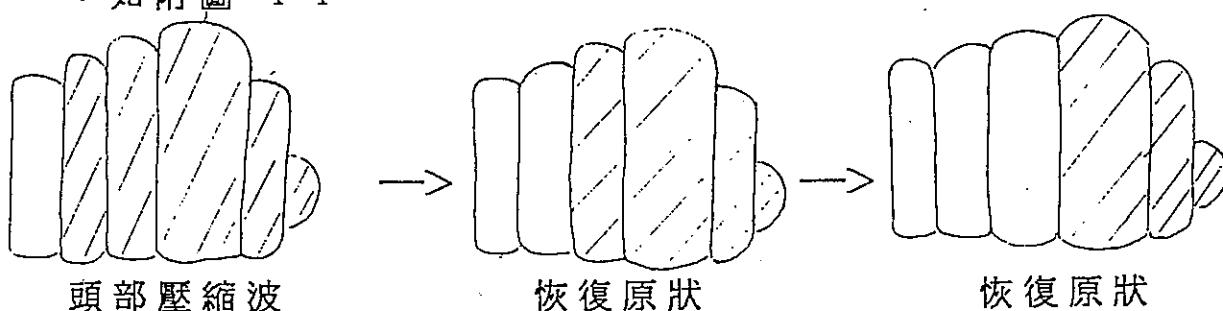


第三段運動頭部伸展

中間及尾部緊緊抓住地而呈靜止狀態，頭部壓縮波開始向前伸展，直到頭部恢復原狀為止。恢復過程如下：

(一)由頭部第一環節開始恢復原狀，所造成伸展部分，同樣引起頭部所有環節向前滑行。依續第二環節……直到所有環節皆恢復原狀為止。

(二)頭尾及中間部分再抓住地，重覆開始第一段運動。
○如附圖 4-4



附圖 4-4

4-2 果蟲的外形變化因素及動作描述方法

果蟲這類無脊椎動物，顧名思義，它沒有脊椎骨，組成身體的物質應是非常柔軟，類似液體，爬行時，身體無時無刻不變形，以下我們把它運動時外形變化因素歸納為兩點：

(一) 自身因素：前一節已談及果蟲的三段式運動，不斷的伸長壓縮身體環節，行進時，環節為伸長縮短之外，環節的截面積會因伸長而變小，縮短而截面積增加。

(二) 環境因素：爬行時，因為身體過於柔軟，會因地形的高低起伏而變形，而且隨著肌肉組織的彈性與張力，又會影響環節的彎曲變化，另外仍然有重力與地面摩擦力的影響。

由於環境因素變形過程非常複雜，應分類於動力演算法動畫 (Dynamic Algorithemic Animation) 領域，因此這篇論文只討論果蟲的自身變形，同樣限制在光滑的地面爬行。

動作描述 (Motion Specification) :

前述三段運動實際上像是果蟲向前爬行一步的距離，

人走路的步伐有大有小，同樣的，蟲的步伐也有長短之分，另外人的步伐也身材的高矮也有不同，蟲也一樣。

依據上述分析，我們依據果蟲的原始身長定義蟲的最大步伐距離(MP)。意即，愈長的果蟲，最大步的距離愈大，反之，亦可。

所以，使用者可以要求這條蟲走任何長度的步伐，但這一步的長度必須小於最大步伐的長度。

假設要求果蟲走一步距離長度為P($P \leq MP$)，由前一節，可以得知，P即是尾部全部環節壓縮長度總和。每單一環節所能壓縮長度仍然與環節長度成正比，因此P長分配到每一環節必須滿足：

$$R_i = \text{單一尾部環節的原始長度} \quad 1 \leq i \leq N$$

$$MR_i = \text{單一尾部環節最大壓縮長度} \quad 1 \leq i \leq N$$

$$N = \text{尾部環節數目}$$

$$MR_i = P \times R_i / \left(\sum_{i=1}^N R_i \right)$$

同樣的，果蟲其餘單一環節的最大壓縮長度 Mf_j

$$f_j = \text{異於尾部的環節原始長度}$$

$$Mf_j = P \times f_j / \left(\sum_{i=1}^N R_i \right)$$

第一段尾部環節壓縮過程的速度描述：

在力學上的觀點，任何運動行為發生時，都是加速減速的過程，果蟲尾部靜止時，速度為零，受到身體與地面摩擦而產生反作用力的影響，尾部收縮速度由零開始加速，收縮至一定距離後，收縮速度由一等速開始減速運動，至整個尾部環節停止收縮為止。我們可以利用加速減速的 COS 函數逼真這段速度改變過程。

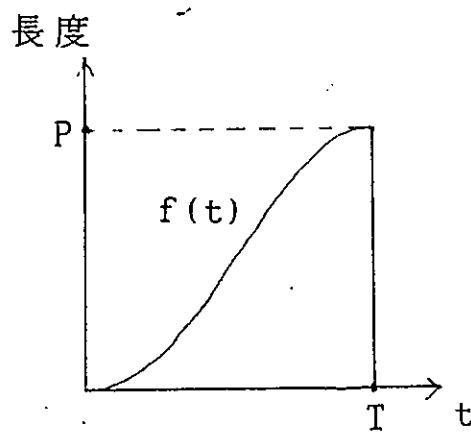
依據上述要求，假設一步距離 P ，完成尾部環節收縮總時間 T ， t 為時間。

$\delta(t)$ ：果蟲單位時間間隔 Δt (1/24 秒)的伸展量。

$f(t)$ ：為在時間 t ，尾部環節收縮的總長度。

$f(t) = P/2 \times (1 - \cos(\pi \times t/T))$

$$\delta(t) = f(t) - f(t - \Delta t)$$



附圖 4-5

第二段與第三段運動的動作描述：

開始第二段運動之前，毛毛蟲仍然是靜止狀態，整個壓縮波的傳播由尾部至中間環節，再到頭部環節，最後由頭部向前伸展，直到整條蟲恢復原狀，雖然在 4-1 節當中，分開討論它，實際，它們是一串連續動作，即加速與減速的變化過程非常平滑，仍然與第一段動作速度變化過程非常相似，壓縮波傳播速度由零開始加速，到一等速後，又開始減速，直到整條蟲恢復原狀後呈靜止靜止狀態。我們仍延用第一段運動所使用之 COS 函數來逼近它。過程如下：

(一) 利用 $\delta(t)$ 函數每次得到單位時間間隔伸展量，都使用在壓縮波第一環節的伸展量，及壓縮波前面環節的壓縮量。

(二) 因為每一環節存在最大壓縮量 MR ，當單位時間間隔伸展量超過環節最大壓縮量，相差之量，依序對下一環節作壓縮或伸展。

(三) 如此直到恢復原狀為止。

△尾部環節收縮及壓縮波傳播的比較：

< 1 > 尾部環節壓縮總距離 p 等於果蟲一步的長度，滿足：

$$P = \sum_{i=1}^n (MR_i)$$

$$f(t) = P/2 \times (1 - \cos(\pi \times t/T))$$

MR_i ：單一尾部環節最大壓縮距離

T ：尾部環節壓縮總時間。

< 2 > 壓縮波傳播時，滿足於：

$$X = \sum_{i=1}^n (MR_i) + \sum_{i=1}^{n-1} (Mf_i)$$

$$P(t) = X/2 \times (1 - \cos(\pi \times t/PT))$$

Mf_i ：異於尾部環節的環節個別最大壓縮距離。

PT ：傳播壓縮波的總時間。

X ：所有環節最大壓縮距離的總和。意即壓縮波傳播距離。

N_1 =頭部環節數目+中間部分環節數目。

因為當壓縮波傳播至頭部時，因為壓縮波前面已經沒有環節，所以停止作壓縮，只作伸展，以至於頭部及整條蟲能夠全部恢復原狀。

第五章 系統模型

5-1 系統架構

我們製作三個系統：

系統一：軟狀物體塑形系統

輸出：物體外形的多邊形檔，分別產生適合 THREED 及 ANIMATOR 兩個套裝軟體可以接受的 .pf 及 .std 檔案。

輸入：控制點檔案，資料為每個控制點的位能函數。

系統二：隱含曲面塑形系統

輸出：外體外形的多邊形檔，分別產生 THREED 及 ANIMATOR 兩種套裝軟體可以接受的 .pf 及 .std 檔案。

輸入：控制點檔案，資料為每個控制點的圖形函數（密度函數）。

系統三：初始果蟲的塑形與動作描述

輸出：產生果蟲的運動劇本檔，它是能被系統(一)所接受軟狀物體的控制點檔案，用來描述每個被拍攝畫面的控制點參數值。

輸入：果蟲的各個環節的長與截面半徑。及走一步的長度及時間。

軟體支援：

套裝軟體支援：

(一) THREEED：物體 Wireframe 外形觀示。

(二) ANIMATOR：作物體著色及影像表現 (Rendering)。

硬體支援：

我架構於 VAX-750 與 PS390 繪圖工作站上。

軟體支援：

軟體上我們使用 Ultrix 作業系統，用 C 語言完成三個系統。

為了不讓塑形系統只能作果蟲塑形，我們把果蟲的塑形與軟狀物體塑形分開，使用者可以獨立使用軟狀物體塑形系統，倘若欲製造果蟲時，再利用系統三產生果蟲控制點資料。

檔案結構：

1. pf 檔：多邊形檔，為物體的外形資料，為 THREEED 軟體輸入。

2. STD 檔：多邊形檔，為物體的外形資料，為 ANIMATOR 軟體輸入。

3. 軟狀物體的控制點檔：它是軟狀物體塑形系統的輸入，每個控制點俱有一位能函數所必須俱備之參數，如 3-3 節所談之軟狀物體表現之文法。

4. 代數曲面的控制點檔：它是代數曲面塑形系統的輸入，每個控制俱備有一密度函數所必須備之參數，如 3-3 節中所談之代數曲面物體表現文法。

5. 劇本檔：為每一拍攝畫面所須之軟狀物體控制點檔。

5-2 果蟲動畫系統描述

由於這篇論文只是我們整個計劃的小部分，我們所欲完成是動畫程式語言，所以三個系統被做成三個命令 (Command)，只允許用檔案輸入。

在果蟲的動畫部分，可以結合系統(一)與系統(三)，完成果蟲動畫系統：

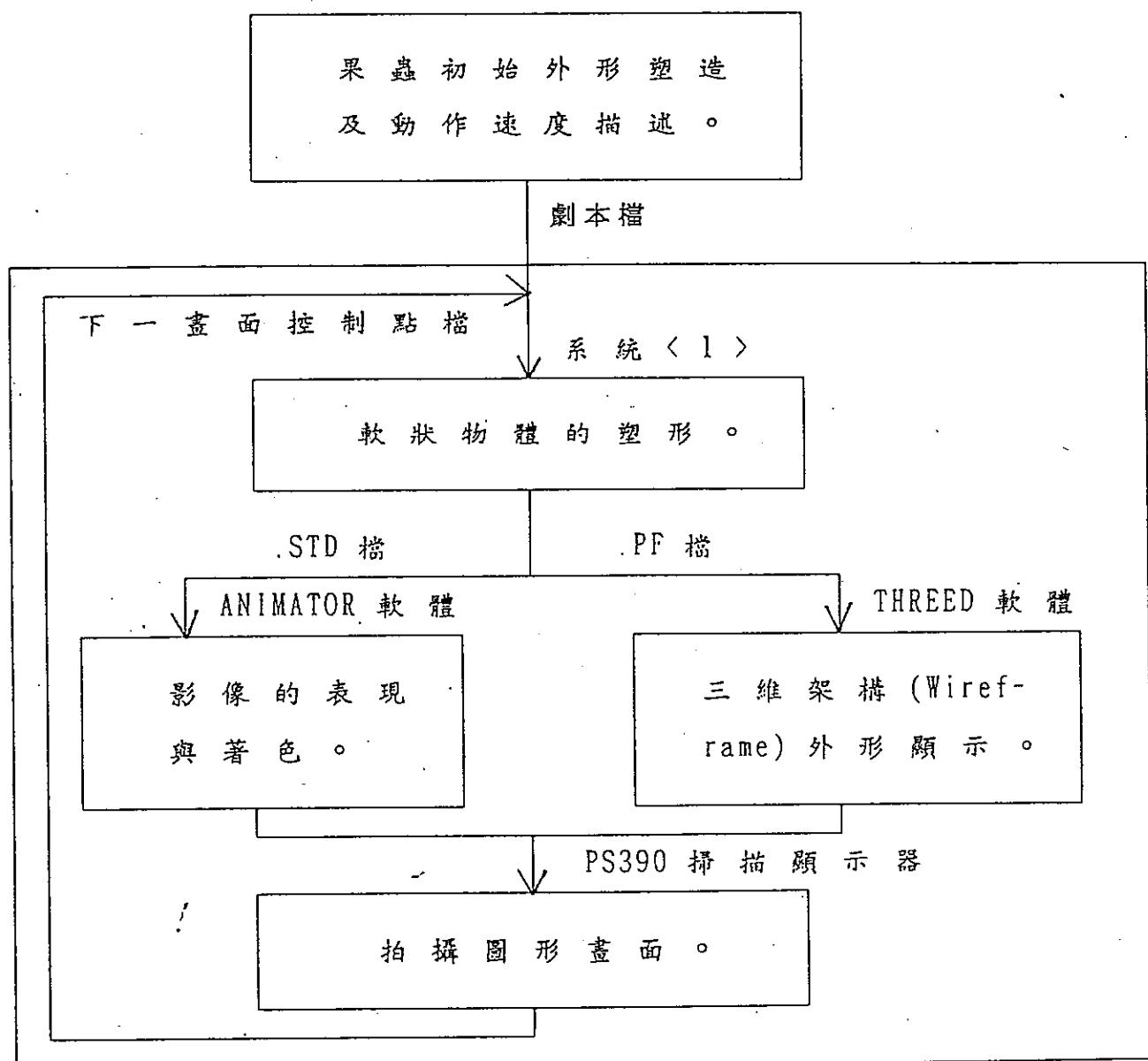
模型塑造：系統(一)

動作描述：系統(三)

影像表現：ANIMATOR 套裝軟體

果蟲動畫系統

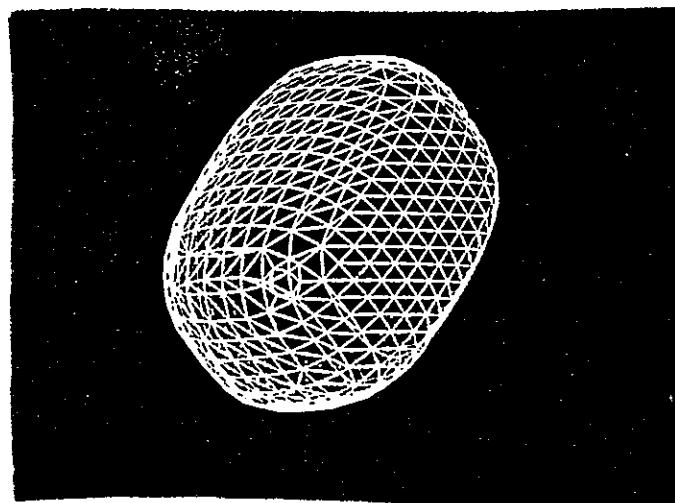
系統 < 3 >



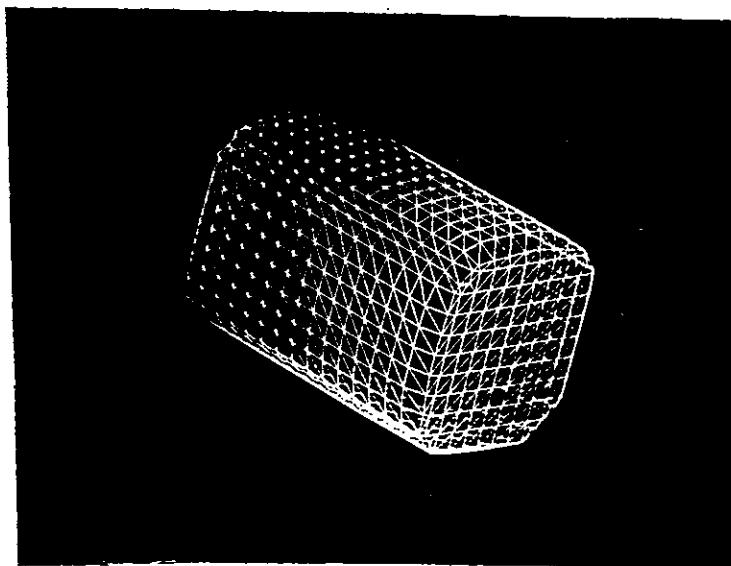
第六章 實例說明

6-1 軟狀物體塑形

當位能函數為超橢球，且 $n=3$, $a=b=10$, $c=15$, $sign=1$ 時，物體外形如下圖



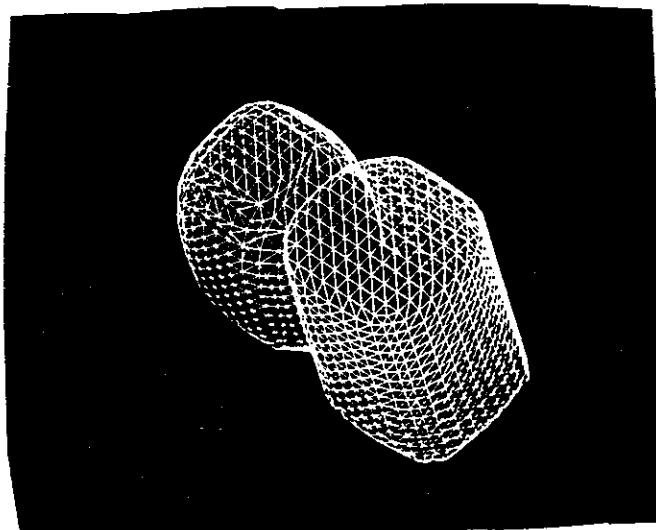
當位能函數為橢圓柱體，且 $n=3$, $a=b=10$, $c=15$, $sign=1$ 時，物體外形如下圖



當存在兩個很靠近的控制點，且位能函數為：

超橢球，且 $n=3$, $a=b=10$, $c=15$, $\text{sign}=1$

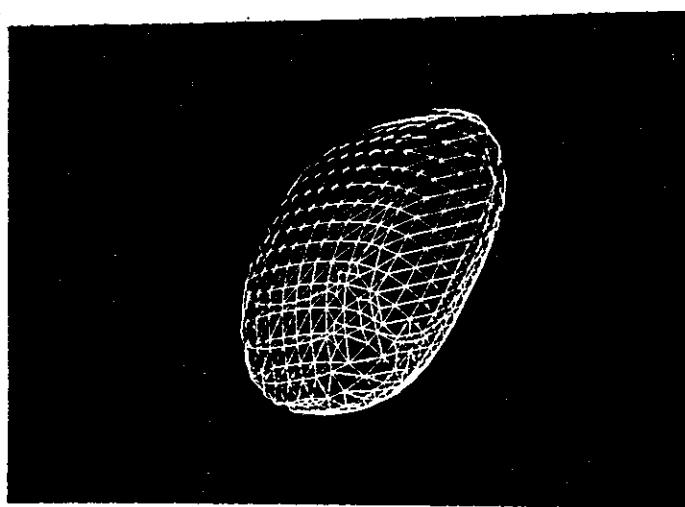
橢圓柱體，且 $n=3$, $a=b=10$, $c=15$, $\text{sign}=1$ ，如下圖



當存在兩個很靠近的控制點，且位能函數為：

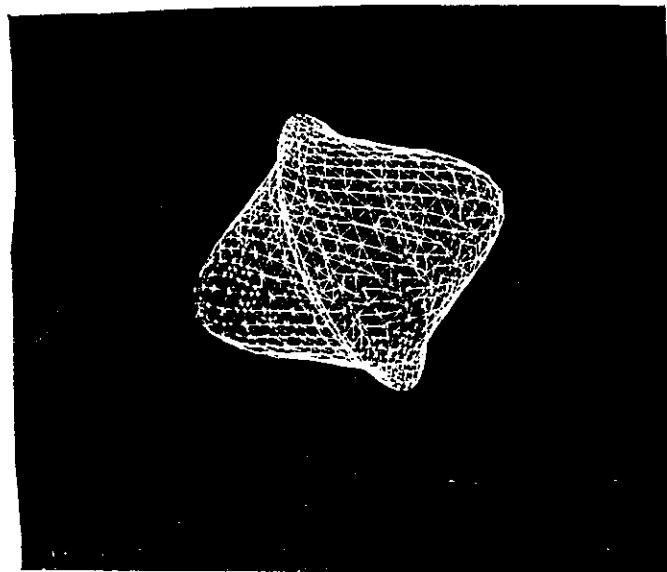
超橢球，且 $n=3$, $a=b=10$, $c=15$, $\text{sign}=1$

橢圓柱體，且 $n=3$, $a=b=10$, $c=15$, $\text{sign}=0$ ，如下圖

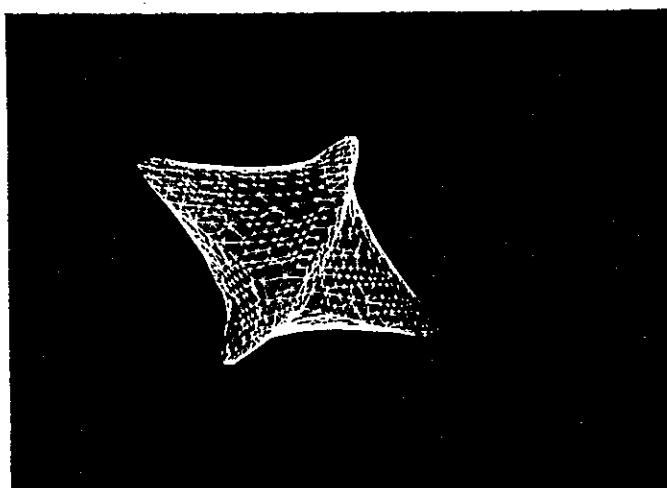


6-2 代數曲面塑形

當密度函數 $n_1=2, n_2=2, n_3=0.5$ $a=10, b=10, c=15$ 時
sign=1 物體外形如下圖



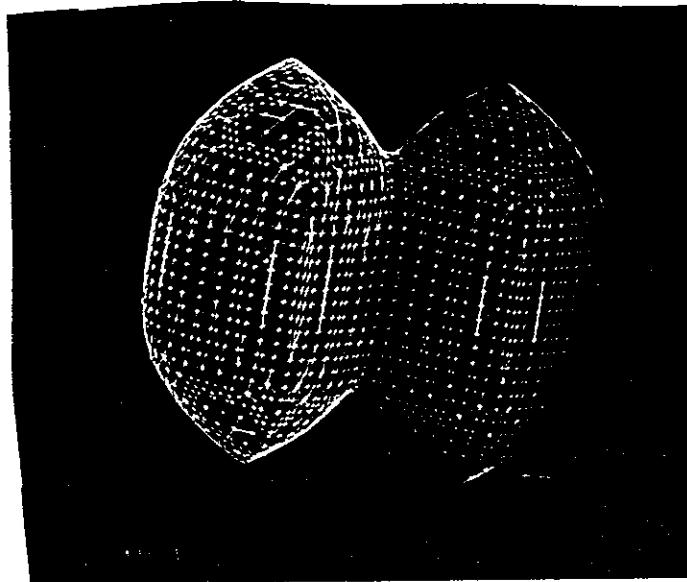
當密度函數 $n_1=1, n_2=2, n_3=0.5$ $a=10, b=10, c=15$ 時
sign=1 物體外形如下圖



當存在兩個很靠近的控制點，且密度函數為：

$n_1=1, n_2=2, n_3=3, a=b=10, c=15, \text{sign}=1$

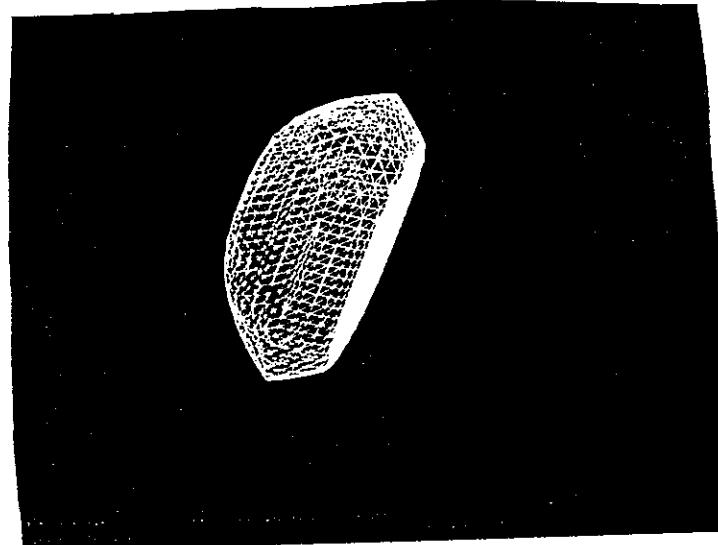
$n_1=1, n_2=2, n_3=3, a=b=10, c=15, \text{sign}=1$ ，如下圖



當存在兩個很靠近的控制點，且密度函數為：

$n_1=1, n_2=2, n_3=3, a=b=10, c=15, \text{sign}=1$

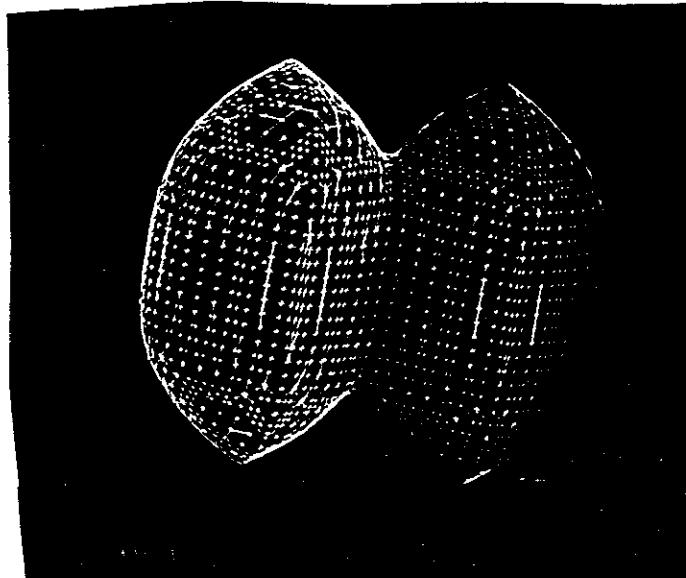
$n_1=3, n_2=3, n_3=3, a=b=10, c=15, \text{sign}=0$ ，如下圖



當存在兩個很靠近的控制點，且密度函數為：

$n_1=1, n_2=2, n_3=3, a=b=10, c=15, sign=1$

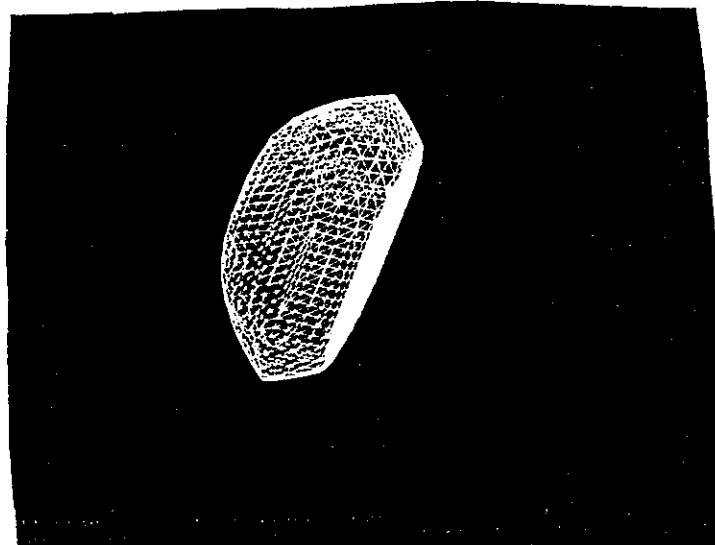
$n_1=1, n_2=2, n_3=3, a=b=10, c=15, sign=1$ ，如下圖



當存在兩個很靠近的控制點，且密度函數為：

$n_1=1, n_2=2, n_3=3, a=b=10, c=15, sign=1$

$n_1=3, n_2=3, n_3=3, a=b=10, c=15, sign=0$ ，如下圖



6-3 果蟲動畫

< 1 > 初始外形描述

當果蟲有13環節，環節大小各別為：

	a	b	c
第 1 環節	12.05	12.05	3.05
第 2 環節	12.25	12.25	3.35
第 3 環節	12.9	12.9	3.6
第 4 環節	13.6	13.6	4
第 5 環節	14.6	14.6	4.6
第 6 環節	14.6	14.6	5.5
第 7 環節	15.7	15.7	6
第 8 環節	16.6	16.6	6.8
第 9 環節	18.2	18.2	8.2
第 10 環節	18.8	18.8	8.8
第 11 環節	17.5	17.5	7.5
第 12 環節	14	14	4.8
第 13 環節	6	6	6

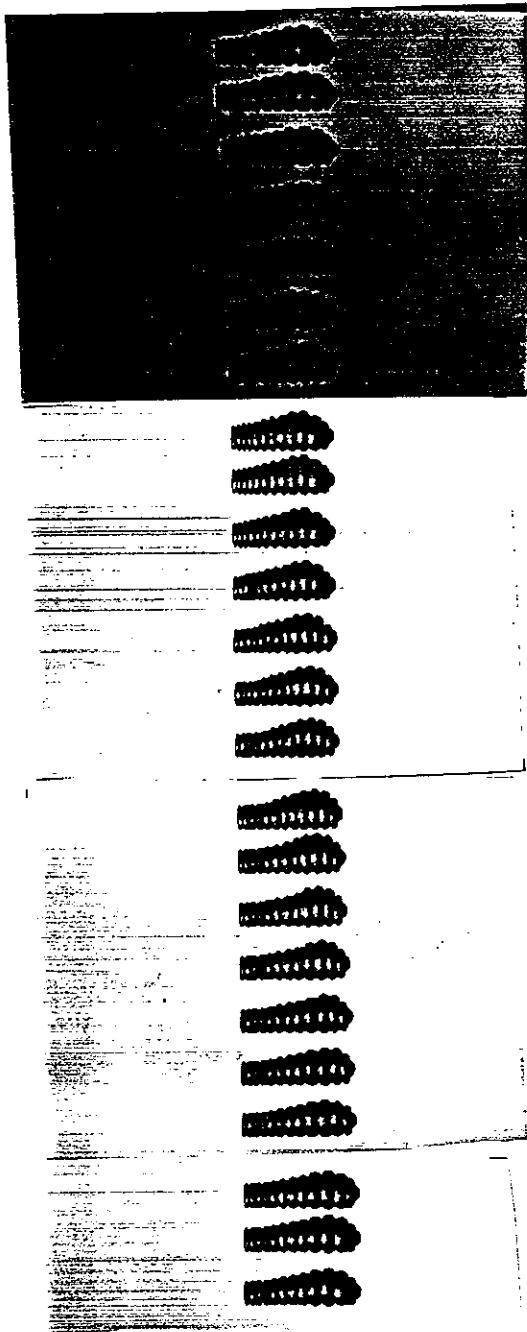
< 2 > 動作描述

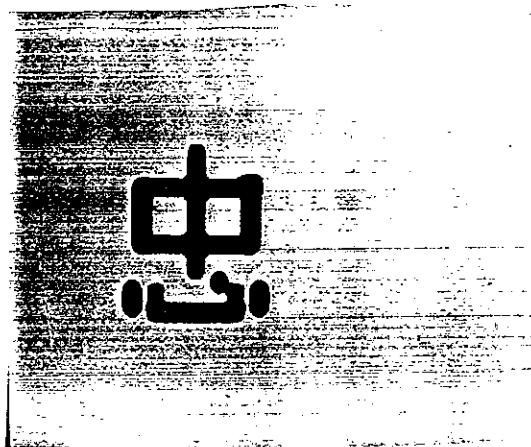
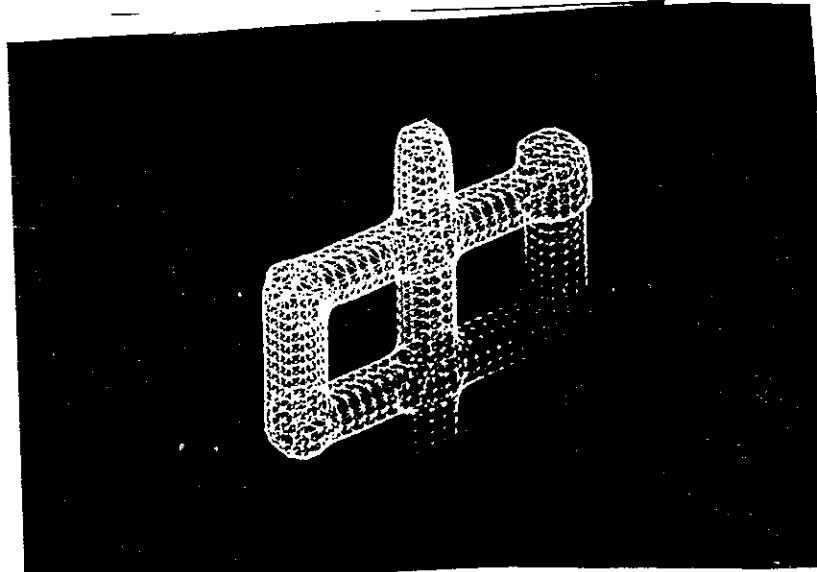
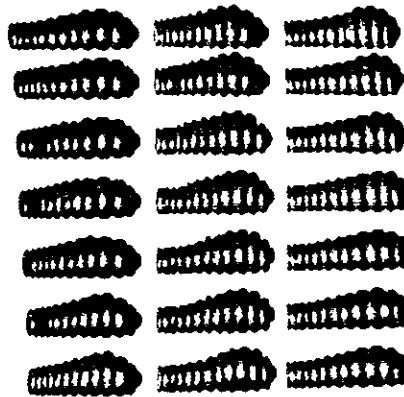
運動方向 (1, 0 ,0)

步伐長度 16

花費時間 1 秒

< 3 > 所有動作畫面如下





第七 結論與展望

軟狀物體塑形時，目前使用超橢球及超橢圓柱體位能函數所產生不同外形的控制點，結合出物體外形來。進一步工作，可以為每個控制點增加：顏色，三維Solid Texture函數兩項屬性，宛如為物體穿衣服一般。

目前，塑形演算法採用了Wyvill(1986)所提出的軟狀物體塑形演算法，這個演算法把空間分割成小立方塊，小方塊的長度大小，決定物體外形的解析度，長度大時，塑形所花費時間少，但外形不精確。反之，長度小時，塑形花費時間多，但外形非常精確，因此，進一步工作，可以集中在改進這個演算法，先把空間分割成稍大的小立方塊，遇到外形彎曲大的部分，再繼續把這部分，分割成更小的立方塊。以期減少塑形所花費時間，仍然有非常精準的外形。

代數曲面物體塑形，目前使用了超橢球當作控制點的密度函數，可以再為控制點增加顏色及三維Solid Texture函數。

因為這類塑形目前仍然停留實驗階段，所以只是利用軟狀物體塑形演算法來實驗而已，而代數曲面塑形可以得法向量，進一步工作，可來作光束探索(Ray Tracing)，

或著演算法改變成 Blinn 代數曲面繪影演算法，直接作繪影 (Rendering)。

果蟲的動畫方面，只完成它作一步的伸縮運動，並且限制了環境為平地，未來工作，應加強它環境的變形因素及增加無脊椎動物的種類，例爬行時，身體會弓起。以期完成一無脊椎動物的動畫產生系統。

参考文献

Blinn J (1982) A Generation of Algebraic Surface Drawing . ACM Transaction on Graphics 1 (3):235-256

Magnenat-Thalmann N, Thalmann D (1985) Computer Animation : Theory and Practice . Springer ,Tokyo

Magnenat-Thalmann N, Thalmann D (1987) Image Synthesis :Theory and Practice . Springer ,Tokyo

Wyvill B ,Mcpheeters C ,Wyvill G (1986b) Soft Objects . Advanced Computer Graphics , Proc CG Tokyo 1986 ,pp113-128

Wyvill B ,Mcpheeters C ,Wyvill G (1986a) Animating Soft Objects . The Visual Computer 2:235-242

Wyvill B ,Wyvill G (1989) Field Functions for Implicit Surfaces . The Visual Computer 5:75-82

Rogers ,D,F (1985) Procedural Elements for Computer Graphics.

Rogers ,D,F (1985) Mathematical Elements for Computer Graphics.

Barr AH (1984) Superquadrics and Angel-Preserving Transformations. IEEE Computer Graphics and Applications 1(1):11-22

Gavin S. ,P. Miller (1988) The Motion Dynamics of Snakes and Worms. ACM Computer Graphics, Volume 22 ,Number 4, pp169-178

Shelley,K. and D. Greenberg (1982) Path Specification and Path Coherence. ACM Computer Graphics 16(3), pp157-166

/
wyvill B ,Mcpheeters C ,Wyvill G (1987) Solid Texturing of Soft Objects . IEEE Computer Graphics & Applications ,pp 20-26